

## Controlando nuevas realidades

El análisis de modelos matemáticos y su simulación numérica permiten la elaboración de avanzadas técnicas matemáticas de control aplicables en el diseño tecnológico e industrial y, en particular, en el ámbito aeronáutico.

La capacidad de las matemáticas para reproducir la realidad y la posibilidad que ofrecen las nuevas tecnologías informáticas de calcular soluciones, e incluso crear realidades virtuales, dan pie a nuevos retos científicos y técnicos. Enrique Zuazua lidera una investigación con una doble vertiente: Analizar cualitativamente las Ecuaciones en Derivadas Parciales (EDP) para poder entender los fenómenos que éstas describen, y contribuir a su control y diseño mediante el análisis numérico. La combinación de análisis matemático riguroso y la simulación por ordenador en temas de gran impacto tecnológico constituye un valor añadido para este estudio.



Enrique Zuazua Iriando

### Sabrina Bagarella

Las Ecuaciones en Derivadas Parciales (EDP) son el modelo matemático utilizado para describir los procesos que se dan en la naturaleza y en el ámbito de las Tecnologías, "desde el movimiento de los fluidos, hasta el comportamiento de las estructuras; desde la meteorología hasta la aerodinámica", comenta Enrique Zuazua, catedrático de Matemática Aplicada de la UCM y la UAM, quien lleva investigando 20 años sobre EDP y la Teoría de Control. La ecuación de la Relatividad de Einstein sobre el espacio-tiempo y la gravedad, la ecuación de ondas que describe las vibraciones de una cuerda y la ecuación del calor que modeliza cómo el calor se difunde en un sólido, son algunos de los ejemplos más conocidos de EDP.

"Las Ecuaciones en Derivadas Parciales son el lenguaje algebraico para describir muchos de los fenómenos naturales", señala Zuazua, a la vez que explica cómo estas ecuaciones son utilizadas para describir el electromagnetismo, o la flexibilidad de una estructura. Pero el matemático destaca que existe una cualidad que las hace particularmente cruciales en el entorno tecnológico actual: "Las EDP, mediante el análisis numérico, pueden ser simuladas en el ordenador proporcionándonos una valiosísima información sobre los fenómenos estudiados".

Según Enrique Zuazua, el avance de las nuevas tecnologías a partir de la segunda mitad del siglo XX ha introducido un nuevo paradigma. "Pongamos el ejemplo de Francia, que ya no hace sus ensayos nucleares en el Atolón de Mururoa, sino que los simula por ordenador. La capacidad de las EDP de reproducir la realidad de manera fiel, siguiendo el método de Newton de modelización a través de la mecánica, y la capacidad de los ordenadores de calcular las soluciones y todas las cantidades asociadas a ellas, nos permite simular en el ordenador sin necesidad de hacer experimentos reales o, al menos, reduciéndolos significativamente".

El matemático explica que las EDP y su resolución mediante la simulación numérica y la informática son habituales sobre todo en Ingeniería, como por ejemplo, para calcular el dique de una presa, o de estructuras sofisticadas, pero también para la forma y

Las Ecuaciones en Derivadas Parciales (EDP) permiten describir los fenómenos de la naturaleza y su Análisis Numérico simularlos en el ordenador

diseño de los coches o para introducir mejoras en las ruedas de las bicicletas. “Todo se hace por ordenador, aunque después se empleen métodos de verificación experimental como el túnel de viento”, señala Zuazua.

“Galileo decía que el universo está escrito en lenguaje matemático. Este es un hecho constatado”, comenta. “Existen teorías analíticas muy sofisticadas capaces no sólo de describir los fenómenos, sino de indicarnos cuándo existen soluciones y cuándo estas soluciones son únicas, dos requerimientos fundamentales para validar cualquier modelo. Cuando hacemos previsiones meteorológicas no queremos diferentes respuestas. Queremos una que nos permita saber qué tiempo va a hacer y si debemos coger el paraguas o no”, explica el matemático nacido en Guipúzcoa hace 43 años.

Zuazua explica que el análisis y la simulación numérica son disciplinas que nos permiten traducir todas esas teorías analíticas al lenguaje del ordenador. Esto nos permite calcular soluciones y visualizarlas. El ordenador calcula una enorme cantidad de datos en pocos segundos y los sintetiza en imágenes para que el ser humano pueda entenderlos e interpretarlos, como en el caso de los análisis estadísticos que se nos muestran a través de gráficas. “De esta manera podemos predecir comportamientos. Esto se utiliza, por ejemplo, para indicar a los ingenieros que la cabina del coche que están diseñando será excesivamente ruidosa, sin haberla fabricado aún, y así introducir los mecanismos de control del ruido adecuados”.

### **Control activo y pasivo**

La Teoría del Control interviene antes y después de estos procesos. Antes, cuando se aplica de forma pasiva a la hora de diseñar un mecanismo con materiales adecuados. Después, cuando la Teoría se aplica de manera activa para regular los sistemas, en tiempo real, por ejemplo, un termostato. “La cisterna del baño es un mecanismo de control antiguo y muy eficaz que forma parte de la realidad cotidiana pero en cuyo mecanismo conviene reparar: Basta con apretar un botón para que se desencadene el proceso de vaciado y llenado del depósito, e incluso cuenta con un sistema de seguridad como la boya, que evita que el agua se derrame”, ejemplifica Zuazua para ilustrar la Teoría que investiga desde su tesis doctoral entre los años 84 y 88 en la Universidad Pierre et Marie Curie en Francia y en la Universidad del País Vasco.

“El regulador de bolas para la máquina de vapor, previamente utilizado en los molinos de viento, y que fue uno de los grandes motores de la revolución industrial, es un caso paradigmático de control activo, pues el mecanismo lograba una presión constante en la caldera, y por tanto un rendimiento estable del motor. Lord Maxwell fue el primero en estudiar este fenómeno de manera matemática, describiendo el funcionamiento y eficacia de estos mecanismos a través del análisis cualitativo de Ecuaciones Diferenciales”, explica.

Profundizando en las complejidades de la Teoría, Zuazua explica que en todos los mecanismos de control diseñados se observa que sistemas aparentemente más perfectos presentan a veces un comportamiento más inestable que otros más sencillos. Esto es lo que conocemos hoy como *overdamping* o saturación. “Como en el ámbito de los tratamientos farmacéuticos, éstos han de dosificarse de manera adecuada pues un exceso puede resultar perjudicial. Hay un riesgo de sobredosis”, puntualiza el matemático. Lo mismo ocurre en los mecanismos de control.

La Teoría de Control forma parte de todos los sistemas avanzados. Las nuevas tecnologías exigen que se reinvente constantemente a sí misma

El control activo necesita un mecanismo de *feedback* o de retroalimentación que viene asociado al concepto de control en tiempo real. Eso es lo que se pretende, por ejemplo, de un piloto automático en un avión. Zuazua explica que esa retroalimentación en tiempo real es posible a través de algoritmos informáticos. “La evolución tecnológica permite que se desarrollen mecanismos de control que hace años eran impensables. La nanocirugía, por ejemplo, que implementa un mecanismo de control a nanoescala”.

El matemático considera que los nuevos retos de la Teoría de Control tienen que ver con la reinención de la misma ante el avance de las nuevas tecnologías, lo que implica el desarrollo de matemáticas cada vez más complejas. La aportación matemática en este entorno de cambios consiste entonces en “extraer una serie de resultados básicos que nos indiquen qué se puede hacer, cuál es la metodología más adecuada, y qué se puede esperar ante una nueva situación”, asegura.

“En un mecanismo de control se busca el efecto dominó, que con sólo apretar un botón se regulen un gran número de variables. La Teoría de Control da una respuesta sistemática a esta cuestión”, señala Zuazua, quien advierte que este efecto será más fácil de buscar en unos sistemas que en otros. Tras la Segunda Guerra Mundial, la Teoría se enfrentó a la necesidad demostrada de abordar los sistemas no-lineales y los no-deterministas o impredecibles. El problema se puso de manifiesto durante dicho conflicto bélico porque los modelos utilizados hasta ese momento (lineales) eran inadecuados para representar la complejidad del mundo real, donde los sistemas son no-lineales y están sujetos a perturbaciones ruidosas, no-deterministas.

“Uno de los grandes objetivos de la Teoría de Control es el de eliminar el ruido, no sólo acústico, sino cualquier perturbación que tenga efectos no deseados”, explica el matemático vasco.

### **EDP en la Teoría de Control**

La Teoría del Control se ocupa en particular de las EDP porque son capaces de modelizar y explicar los fenómenos más complejos y su comportamiento. “El ensayo y error es muy costoso, por eso se simula en el ordenador”, señala Zuazua. “Nuestro trabajo consiste en extraer elementos característicos y transformarlos en resultados matemáticos interpretables en la Teoría de Control. Las EDP no son un ejercicio abstracto sino que tienen una aplicación directa, pues se derivan para representar la esencia de los fenómenos naturales y tecnológicos analizados”, puntualiza.

El trabajo de Zuazua y de su equipo tiene dos vertientes: Por un lado, una aportación analítica que se traduce en la Teoría Cualitativa de las EDP, la cual consiste en caracterizar las propiedades de sus soluciones útiles para el diseño de mecanismos de control adecuados. Por otra parte, el Análisis Numérico, el cual pretende apoyar los mecanismos de control computarizados, asegurándose de que no hay divorcios entre la realidad matemática y la que reproduce el ordenador.

La fase analítica tiene un alto componente de observación para poder entender los comportamientos de los sistemas. “Control y observación han sido conceptos que siempre han ido de la mano y que en los años 40 motivaron la propuesta de la

La Teoría del Control se ocupa de las EDP, por su capacidad de simular las realidades más complejas

cibernética de N. Wiener, cuando todavía parecía un sueño,” comenta Zuazua.

Pero existe un problema en la práctica que es el de trasladar las EDP al ordenador, el cual sólo es capaz de manejar esquemas discretos en los que una derivada infinitesimal (las que intervienen en las EDP) se sustituye por una diferencia finita (que se obtiene por operaciones elementales de suma, resta, multiplicación y división). Los métodos numéricos permiten aproximar muy bien las soluciones de las EDP, pero no es tan fácil predecir cómo van a comportarse cuando se aplique un mecanismo de control.

“El ordenador reproduce la realidad, pero a la vez genera realidades virtuales. Para hacer una Teoría de Control robusta hay que estar seguros de que estas realidades virtuales no nos hagan tomar decisiones equivocadas”, explica Zuazua. La Teoría se enfrenta por tanto a los nuevos retos humanos y técnicos, y a la necesidad de adaptarse a las computadoras que simulan la comprensión humana, pero de un modo sutilmente distinto.

La investigación que lidera Enrique Zuazua está siendo aplicada en diversos ámbitos y en particular el diseño aeronáutico a través de la reciente colaboración que mantiene con el Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial (INTA). “Es una colaboración muy satisfactoria, ya que compartimos el mismo interés pero con puntos de vista y destrezas complementarias. Ellos son expertos en los problemas tecnológicos, su modelización y en las simulaciones computarizadas, nosotros en Matemáticas y esto contribuye a un diálogo fructuoso”, explica el matemático.

El trabajo del equipo de E. Zuazua está siendo financiado por “Smart Systems”, un programa de la Unión Europea desarrollado para promover la innovación científica y la interacción de estos ámbitos de la Matemática con el entorno tecnológico, y el Programa de Matemáticas del Plan Nacional I+D+i. La UAM colabora en la financiación de un técnico en formación, el cual se encarga de facilitar las tareas en el ámbito de la simulación numérica y el equipo de investigación formado por becarios, doctorandos, visitantes post-doctorales e investigadores permanentes.

Enrique Zuazua destaca que su equipo cuenta también actualmente con la participación de un Profesor del Programa Ramón y Cajal proveniente de China y otro de Francia, un doctorando chino y un becario rumano. “Las nuevas formas de hacer siempre enriquecen a un grupo de trabajo”, comenta el matemático, quien demuestra una auténtica vocación por su investigación. “Es una forma de intentar estar a la vanguardia de un tema en el que no se sabe exactamente qué se puede encontrar, en el que hay que estar atento. Como dice la canción, *se hace camino al andar.*”

## Un lugar para las matemáticas

Enrique Zuazua además de docente e investigador es Gestor Científico del Programa de Matemáticas en el Plan Nacional I+D+i. En su opinión, a Europa y especialmente a España le faltan una debida articulación y estructuración de la investigación que facilite la colaboración entre matemáticos y científicos y tecnólogos de otras áreas.

A pesar de esta consideración, Zuazua señala que ha habido una evolución positiva de las matemáticas en general. “En el año 1982 sólo un 0,3% de la literatura matemática mundial era producida por españoles. Actualmente el porcentaje es de 4,8”, y agrega que en la lista de investigadores más citados publicada por ISI-Thomson hay 14 españoles, de los cuales 4 son matemáticos.

Sin embargo, el catedrático percibe que “el interés social sobre esta disciplina y en general por la profesión de científico es decreciente”, a la vez que se identifica cada vez más la relevancia de las actividades profesionales en función de su rendimiento financiero inmediato.

“Al investigador se le pide que investigue, que dé clases, que dirija tesis, que forme grupos de investigación, que compita en los programas marco de la Unión Europea y que sus estudios sean aplicables. A cambio, en España, se le da un despacho y una carga docente”, declara Zuazua, quien considera que uno de los mayores déficits de nuestro sistema I+D es la ausencia de personal cualificado de apoyo a la gestión de la investigación y los recursos que esta precisa.

Según el matemático, se hace necesario el apoyo de profesionales que busquen convocatorias, que colaboren en la elaboración de proyectos, que gestionen las becas y sus trámites y, por otra parte, un apoyo técnico que colabore, en particular, en la actualización de las webs, la cual considera una importante herramienta de difusión, y en la simulación numérica. Zuazua indica también la necesidad de planes regionales mejor articulados y coordinados con el plan nacional para optimizar recursos e impacto social.

“Existe una percepción social de la ciencia como algo un tanto esotérico, que se sólo usa de vez en cuando y no hay conciencia del papel que juegan en el desarrollo de la sociedad actual”, declara. “La experiencia matemática es de gran utilidad para las otras ciencias. En EEUU hay una fuerte inversión para que matemáticos colaboren en áreas como la biomedicina, por ejemplo. A nosotros nos faltan planes estructurados que reconozcan este potencial”

## FICHA TÉCNICA

**Centro:** UAM- Dpto. de Matemáticas

**Investigador:** Enrique Zuazua

**Dirección:** Departamento de Matemáticas

Universidad Autónoma de Madrid

Campus de Cantoblanco, 28049 Madrid

España

**Teléfono:** 91 497 43 68

**Fax:** 91 497 48 89

**Email:** [enrique.zuazua@uam.es](mailto:enrique.zuazua@uam.es)

**Página web :** [http://www.uam.es/personal\\_pdi/ciencias/ezuazua/](http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/ezuazua/)

**Líneas de investigación:** Ecuaciones en Derivadas Parciales, Control y Simulación Numérica